

COMPARACIÓN DE DISTINTOS  
MÉTODOS DE SUPERPOSICIÓN MODAL EN  
EL ANÁLISIS DINÁMICO DE EDIFICIOS

JORGE CREMPIEN LABORIE<sup>1</sup>  
ALEX MARIHUEN DELGADO<sup>2</sup>  
MARIO GIULIANO MORBELLI<sup>1</sup>

RESUMEN

Se presenta un estudio comparativo de diversos métodos de combinación modal tales como SRSS, CQC, el método de la norma NCh 433 vigente y propuesta. Se ve la influencia de estos métodos en distintas variables de respuesta como momento volcante, desplazamientos, cortes basales, para un modelo de estructura uniforme, de varios grados de libertad. Los resultados se comparan con la respuesta paso a paso en el tiempo.

SUMMARY

A comparative study on different modal combination methods to compute structural response is presented. This comparison includes methods like SRSS, CQC, and the methods of both the present and the proposed Chilean seismic code NCh 433. The influence of the chosen method is compared in different types of response variables. These variables include overturning moment, base shear, and displacements, in uniform mul-

<sup>1</sup>Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Concepción.

<sup>2</sup>Ayudante de Investigación, Depto. de Ing. Civil, U. de Concepción.

degree of freedom buildings. Also, the results obtained are confronted to values computed using time history response analysis.

## 1.0. INTRODUCCIÓN

En el análisis sísmico de edificios es frecuente el uso del análisis modal espectral, el cual es más rápido y económico que un análisis de historia-tiempo y entrega resultados razonables. Debido a estas características numerosos códigos de diseño lo recomiendan, en particular la norma NCh 433 de diseño sísmico de edificios y el proyecto de norma actualmente en discusión.

Es sabido, sin embargo, que el método de combinación modal espectral no entrega la respuesta máxima real de la estructura. Además, el análisis modal espectral trae consigo el problema de cómo combinar los aportes máximos modales para obtener la mejor aproximación a la respuesta máxima. En el transcurso de los últimos años se han propuesto una serie de métodos de combinación modal que consideran el acoplamiento de los modos de vibrar (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7). En los métodos de análisis más antiguos, las contribuciones a la respuesta estructural por acoplamiento modal no eran consideradas. Este es el caso de los métodos más tradicionales usados, tales como la suma de los valores absolutos y raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (RCSC) o raíz cuadrática media (RMS). En el caso de las formas más recientes la contribución por acoplamiento de los modos es considerada, como es el caso de la combinación cuadrática completa (CQC).

En el proyecto de norma de diseño sísmico de edificios se propone una forma de combinación modal mejorada, que considera el efecto del acoplamiento modal.

El presente trabajo tiene como objetivo presentar un análisis comparativo de la respuesta de una estructura obtenida considerando cuatro formas de combinación modal usadas en la práctica. La primera de ellas es el CQC (2, 3, 8), basada en las expresiones aproximadas de los coeficientes de acoplamiento modal para una excitación de ruido blanco (2, 8). La segunda es la propuesta por el proyecto de revisión de la norma de diseño sismorresistente NCh 433, en que los coeficientes de acoplamiento considerados son los propuestos por Cruz y Vásquez (4). Los coeficientes propuestos por estos autores son una aproximación a los coeficientes para una excitación de ruido blanco filtrado, propuestos por Der Kiureghian (8). La tercera forma de combinación modal es la llamada RMS, la cual no considera el acoplamiento modal. Y la cuarta regla, es la recomendada en la NCh 433 vigente (3) y que simplemente corresponde al promedio

aritmético entre el RMS y la suma de los valores absolutos, y en donde tampoco se considera el acoplamiento modal.

## 2.0. REGLAS DE COMBINACIÓN MODAL

A continuación se presentan las formas de combinación modal de uso más frecuente como SRSS, CQC, el método indicado en la norma de diseño sismorresistente vigente NCh 433, y el método propuesto en la proposición de norma, actualmente en discusión.

### 2.1. Regla de combinación cuadrática completa CQC

El método combinación cuadrática completa CQC (2, 3) utiliza los coeficientes de acoplamiento modal  $\rho_{ij}$ , propuestas por Der Kiureghian (8), los cuales son una aproximación de los coeficientes de acoplamiento para una excitación de ruido blanco propuestos por el mismo autor. La forma en que el método CQC entrega el valor de una variable de respuesta  $R$  está dada por

$$R = \sqrt{\sum_i \sum_j r_i \rho_{ij} r_j} \quad (1)$$

En la ecuación anterior  $r_i$  es la contribución del modo  $i$  a la respuesta. Nótese que estos términos pueden ser positivos o negativos dependiendo del factor de participación modal correspondiente. Por otra parte,  $\rho_{ij}$  es el coeficiente de acoplamiento modal, el cual es siempre positivo. Este se define a partir de los momentos de la función de densidad espectral de potencia de la respuesta (10), a través de:

$$\rho_{ij} = \left\{ \frac{\lambda_{2,ij}^2}{\lambda_{2,ii} \lambda_{2,jj}} \right\}^{1/2} \quad (2)$$

en que  $\lambda_{m, ij}$  es el momento cruzado de orden  $m$ , el cual se obtiene de

$$\lambda_{m, ij} = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^m G(\omega) H_i(\omega) H_j(\omega) d\omega \quad (3)$$

Siendo  $G(\omega)$  la función de densidad espectral de la excitación,  $H_i(\omega)$  la función de respuesta en frecuencia del modo  $i$  de la estructura y  $\omega$  es la frecuencia. En general, los coeficientes  $\rho_{ij}$  son funciones de la duración y del contenido de frecuencia de la excitación como también de las frecuen-

cias y razones de amortiguamiento modales de la estructura. Si la duración del terremoto es larga, comparada con el período de la estructura y si el espectro del terremoto es suave sobre un amplio rango de frecuencias, entonces es posible aproximar estos coeficientes por (2, 8):

$$\rho_{ij} = \frac{8 \sqrt{(\xi_i \xi_j)} (\xi_i + r \xi_j) r^{3/2}}{(1 - r^2)^2 + 4 \xi_i \xi_j r (1 + r^2) + 4(\xi_i^2 + \xi_j^2) r^2} \quad (4)$$

donde  $r = \omega_i/\omega_j$  y  $\xi_i$  corresponde a la fracción de amortiguamiento crítico del modo  $i$ .

## 2.2. Regla de combinación modal propuesta en el proyecto de revisión de la NCh 433.

El método de combinación modal propuesto en el proyecto de revisión de la norma de diseño sismorresistente, posee la misma forma que el método CQC, pero los coeficientes de acoplamiento modal  $\rho_{ij}$  corresponden a una excitación de ruido blanco filtrado. Cruz y Vásquez (4) desarrollaron una aproximación a estos coeficientes que se presentan a continuación.

La forma de la superposición modal es similar al método CQC; en este caso los  $r_i$  son los aportes modales a la cantidad de respuesta en cuestión, y los  $\rho_{ij}$  son los coeficientes de acoplamiento modal calculados de acuerdo a la proposición de Der Kiureghian (2) en la que los coeficientes de acoplamiento modal se consideran como funciones de la razón  $T_i/T_j$  entre los períodos considerados y la razón  $T_i/T_g$  entre el mayor de los dos períodos modales  $T_i$ , y un período  $T_g$ , representativo de las características que le imprimen al espectro las propiedades del suelo de fundación.

Las expresiones presentadas originalmente por Der Kiureghian (8) corresponden al caso de una excitación cuya función de densidad de potencia espectral es del tipo Kanai-Tajimi (ruido blanco filtrado) con parámetros  $\omega_g = 2\pi/T_g$  y  $\xi_g = 0,6$ . Es generalmente aceptado que esta forma de la función de densidad de potencia espectral es adecuada para simular sismos que presentan formas del espectro de aceleraciones como las que considera la mayoría de las normas.

Sin embargo, el utilizar las fórmulas complejas presentadas en la Ref. 8 no es conveniente desde un punto de vista práctico, por lo que se propone una expresión basada en el análisis del comportamiento de  $\rho_{ij}$  en función de los parámetros  $T_i/T_j$  y  $T_i/T_g$ . En la aproximación se tiene que para  $T_i/T_g \leq 1,0$  el coeficiente de correlación modal varía parabólicamente, en cambio para  $T_i/T_g \geq 1,0$  el valor del coeficiente permanece relativa-

mente constante con respecto al valor  $T_i/T_g$ ; en este caso la excitación es equivalente a un ruido blanco, donde:

$$\rho_{ij} = \rho_{ij}^* = \frac{8\xi^2 \sqrt{R^3}}{(1+R) [(1-R)^2 + 4\xi^2 R]} \quad (6)$$

en que  $R = T_i/T_j$ . Esta es la expresión utilizada en el método CQC, cuando los coeficientes de amortiguamiento en cada uno de los modos son iguales.

Para obtener la aproximación en el rango  $T_i/T_g < 1$  se observa que las parábolas deben pasar naturalmente por el punto de coordenadas  $(T_i/T_g = 1, \rho_{ij} = \rho_{ij}^*(T_i/T_j))$  y para  $T_i/T_g = 0,01$  por la ordenada  $\rho_{ij}^0(T_i/T_j)$  que dan las fórmulas de ruido blanco filtrado. Esta variación parabólica se ha aproximado por una relación bilineal dada por:

$$\rho_{ij}^0 = \begin{cases} 1,0 - 0,25R & \text{si } R < 0,2 \\ 0,95 & \text{si } R \geq 0,2 \end{cases} \quad (8)$$

La ecuación (8) da errores menores que 0,8% en el rango de mayor interés de la razón  $T_i/T_j$  (que corresponde a  $T_i/T_j < 4$ ), y que no exceden del 1,7% en el rango  $T_i/T_j < 200$ . Este comportamiento permite obtener la aproximación para los  $\rho_{ij}$  de la Ref. 4, dados por:

$$\rho_{ij} = \begin{cases} \rho_{ij}^* & \text{si } T_i/T_g \geq 1,0 \\ & \text{si } T_i/T_g < 1,0 \end{cases} \quad \text{entonces:} \quad \begin{cases} \text{si } \log(T_i/T_g) \leq X_o \\ 1 - \frac{1 - \rho_{ij}^0}{(X_o + 2)^2} \left[ \log(T_i/T_g) - X_o \right]^2 & \text{si } \log(T_i/T_g) > X_o \end{cases} \quad (9)$$

donde:

$$\rho_{ij}^* = \frac{8\xi^2 \sqrt{R^3}}{(1+R) [(1-R)^2 + 4\xi^2 R]}$$

$$\rho_{ij}^0 = \begin{cases} 1,0 - 0,25R & \text{si } R < 0,2 \\ 0,95 & \text{si } R \geq 0,2 \end{cases}$$

$$X_o = \frac{2\sqrt{1 - \rho_{ij}^*}}{\sqrt{1 - \rho_{ij}^0} - \sqrt{1 - \rho_{ij}^*}}$$

### 2.3. Coeficientes de acoplamiento modal presentados en el proyecto de revisión de norma

Los coeficientes de acoplamiento modal presentados por esta norma son derivados a partir de los coeficientes desarrollados por Cruz y Vásquez (4). Estos coeficientes, manteniendo la simplicidad de los dados en Ec. (9), son desarrollados y presentados de una forma más sencilla y aproximada, como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} \rho_{ij} &= \rho^* & \text{si } T_i/T_o \geq 1,35 \\ \rho_{ij} &= 1 - 0,22(1 - \rho^*)[\log(T_i/T_o) + 2]^2 & \text{si } T_i/T_o < 1,35 \end{aligned} \quad (10)$$

en que los  $\rho^*$  están dados por:

$$\begin{aligned} \rho^* &= 0 & \text{si } T_i/T_j \geq 1,25 \\ \rho^* &= 1 + 4(1 - T_i/T_j) & \text{si } T_i/T_j < 1,25 \end{aligned} \quad (11)$$

donde  $T_i$  es el período de vibración del modo  $i$ , y  $T_o$  es período del suelo. Para las expresiones anteriores debe considerarse que  $T_i \geq T_j$ .

Estos coeficientes de acoplamiento se presentan graficados conjuntamente con los coeficientes desarrollados por Cruz y Vásquez (4), en figuras 1 y 2 para un amortiguamiento del crítico de 5% y para valores seleccionados de  $T_o$ .

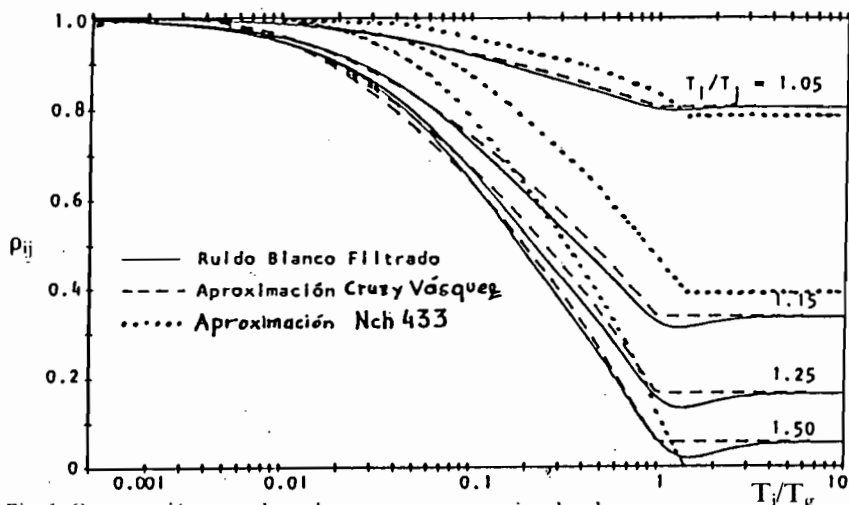


Fig. 1. Comparación entre los valores exactos y aproximados de  $\rho_{ij}$ .

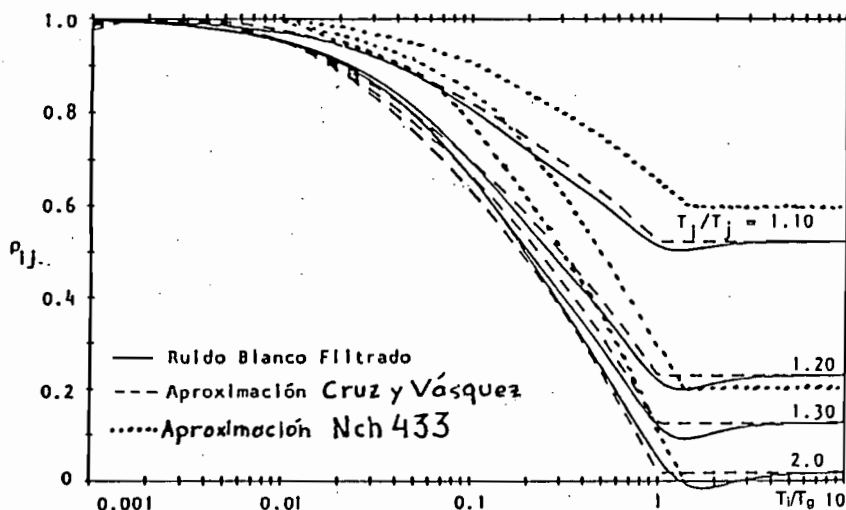


Fig. 2. Comparación entre los valores exactos y aproximados de  $\rho_{ij}$ .

En general, los coeficientes de acoplamiento presentados en este proyecto de norma tienen valores superiores a los coeficientes propuestos en Ec. (9), como se aprecia claramente en figuras 1 y 2. Además, se puede observar que la influencia del suelo (ruido blanco filtrado), es considerada para razones de  $T_j/T_0$  menores a 1 en los coeficientes propuestos por Cruz y Vásquez (4) y a 1,35 en los propuestos por la NCh 433 en revisión (14) respectivamente.

En conclusión, los valores de los coeficientes de acoplamiento modal obtenidos utilizando las expresiones recomendadas por el proyecto de norma, son superiores a los valores entregados por las expresiones aproximadas propuestas por Cruz y Vásquez (4) y a los valores exactos dados por las ecuaciones propuestas por Der Kiureghian (8), como se observa de las Figs. 1 y 2.

#### 2.4. Regla de combinación modal raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (RCSC) o respuesta cuadrática media (RMS)

La regla de combinación modal RMS o RCSC (13) es de amplio uso y difusión en otros países, no siendo así en el nuestro. Esta forma de combinación modal no considera acoplamiento entre los modos.

Esta forma de combinación modal se basa en considerar la excitación como ruido blanco. Sin embargo desprecia los aportes modales cruzados,

luego es simplemente el valor cuadrático medio esperado de la respuesta. Esta suposición es correcta cuando los modos de vibrar tienen frecuencias bien separadas. Este método proporciona la expresión de combinación modal siguiente:

$$R = \sqrt{\sum_i r_i^2} \quad (12)$$

en la que  $R$  es la respuesta de la estructura,  $r_i$  es la contribución del modo  $i$  a la respuesta, y donde la sumatoria se realiza sobre todo los modos considerados. Se puede observar de la Ec. 12, que  $R$  es una cota superior del máximo de todos los  $r_i$ , pero no es una cota superior del máximo de la respuesta.

### 2.5. Regla de combinación modal propuesta en la norma de diseño sísmico de edificios NCh 433

El método de combinación modal propuesto en la NCh 433 vigente (11) desarrollado por Arias y Husid (9), es una combinación de los métodos de raíz media cuadrática (RMS) y del método de la suma de los valores absolutos. La suma de los valores absolutos es una cota superior al máximo de la respuesta estructural. Estos métodos por separado entregaban resultados que subestimaban y sobreestimaban en forma importante la respuesta, respectivamente. En esta regla de combinación modal no se considera el acoplamiento modal y está dada por la expresión:

$$R = \frac{1}{2} \left[ \sum_i |r_i| + \sqrt{\sum_i r_i^2} \right] \quad (13)$$

en la que  $R$  es la respuesta de la estructura,  $r_i$  es el aporte del modo  $i$  a dicha respuesta y donde la sumatoria se realiza sobre el número de modos considerados en dicha combinación.

### 3.0. COMPARACIÓN DE LOS MÉTODOS DE COMBINACIÓN MODAL

A continuación se presenta un análisis comparativo de algunas de las distintas formas de combinación modal descritas, a saber, NCh 433 cR 89 (norma propuesta) (1), NCh 433 of 72 (norma vigente) (11), RCSC y CQC. En este análisis se calculan las respuestas de edificios solicitados por acciones sísmicas a través de un análisis espectral, y se comparan con las



respuestas exactas obtenidas de un análisis de respuestas en el tiempo, calculando la razón entre ambas. Con el objeto de analizar la sensibilidad de los métodos de combinación modal y ver el efecto de la razón de respuestas se variaron algunos parámetros de los edificios como la excentricidad de la planta, masa y período fundamental. Estos parámetros se variaron de modo que se obtuvieron 60 casos diferentes. Para cada caso se calculó la razón entre la respuesta espectral y el máximo de la respuesta obtenida mediante un análisis de historia-tiempo.

De los resultados obtenidos con ambos métodos de análisis se pudo medir razones entre la respuesta aproximada RA y la exacta RE, obtenidos del análisis espectral y de respuesta en el tiempo respectivamente; a esta razón se la denominó RA/RE. Las respuestas utilizadas son: desplazamientos, esfuerzos de corte, momentos torsores y volcantes.

Para el análisis de la respuesta estructural se usó el registro de aceleraciones de Pacoima Dam (San Fernando, California, 1971), como excitación, ya que es un registro de corta duración, lo cual hace que sea recomendable para el proceso en computadores personales. En las figuras 3 y 4 se muestran el acelerograma y su espectro de respuesta para una fracción de amortiguamiento crítico de un 5%.

#### 4.0. MODELOS DE EDIFICIOS

Para desarrollar este análisis se consideraron modelos de edificios estructurados en tres formas distintas, a base de muros, de muros y marcos, y de marcos solamente. Se consideraron dos alturas diferentes, de 6 pisos y de 12 pisos. En altura, los edificios se supusieron uniformes, con diafragmas rígidos y una planta tipo. No se consideró compatibilidad de despla-

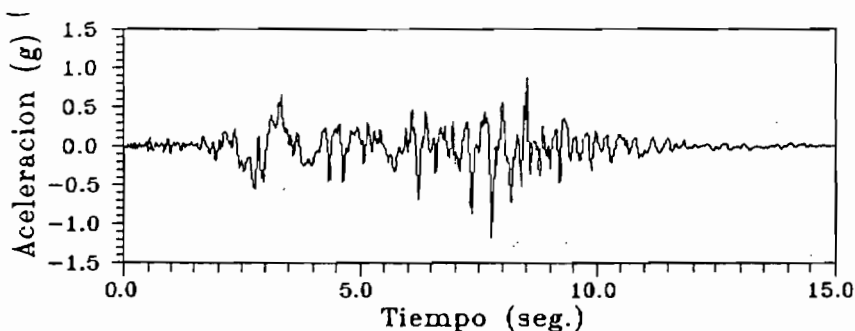


Fig. 3. Registro de Aceleraciones de Pacoima Dam, NS, Terremoto de San Fernando, California 1971.

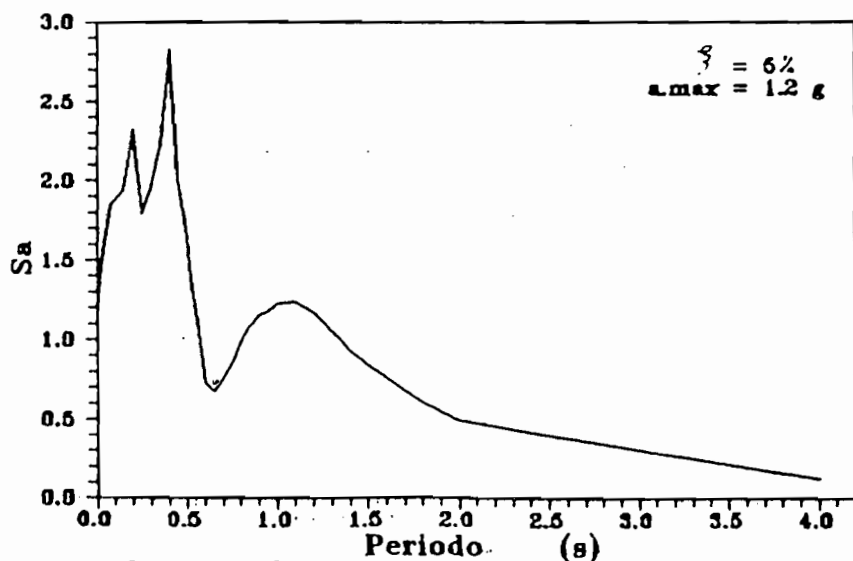


Fig. 4. Espectro lineal de aceleraciones.

mientos verticales. Por último, se supuso que los materiales son lineales y elásticos, y como condición de fundación se supuso empotramiento en la base de los edificios.

Los modelos considerados son simples para determinar fácilmente de qué forma influye cada uno de los parámetros considerados en los resultados. Tales modelos están basados en los propuestos por Der Kiureghian (2) y Chopra (12), en los cuales el primer modelo corresponde a una estructura a base de muros y el segundo está modelado a base de marcos. En este trabajo se determinó el modelo muro-marco mediante una combinación de los modelos anteriores.

En las Figs. 5, 6 y 7, se muestran las plantas de los modelos utilizados, las cuales son todas simétricas inicialmente. En dichas figuras el punto 0 corresponde a la posición inicial del centro de masa que coincide con la del centro de rigidez. Por otra parte, el punto 0' representa la posición desplazada del centro de masa, usada en el análisis paramétrico. La acción del sismo se definió en la dirección Y.

Los modelos fueron calibrados de tal manera que no tuvieran deformaciones de entre piso mayores a un 2/1.000 de la altura de entre piso h. Para lograr esto, se varió el módulo de elasticidad por simplicidad. Las rigideces laterales de la estructura en ambas direcciones, N e Y, se eligieron aproximadamente iguales, con el fin de no incorporar efectos adicionales.

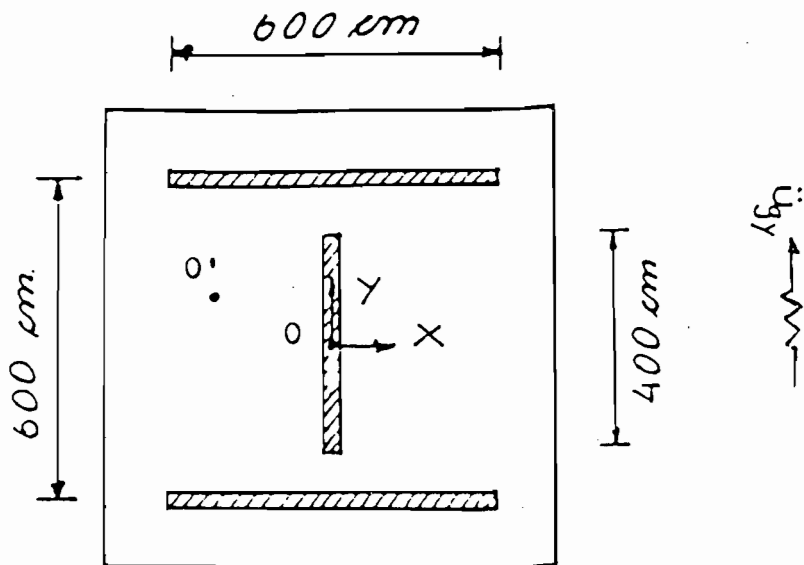


Fig. 5. Planta Edificio Estructurado con Muros.

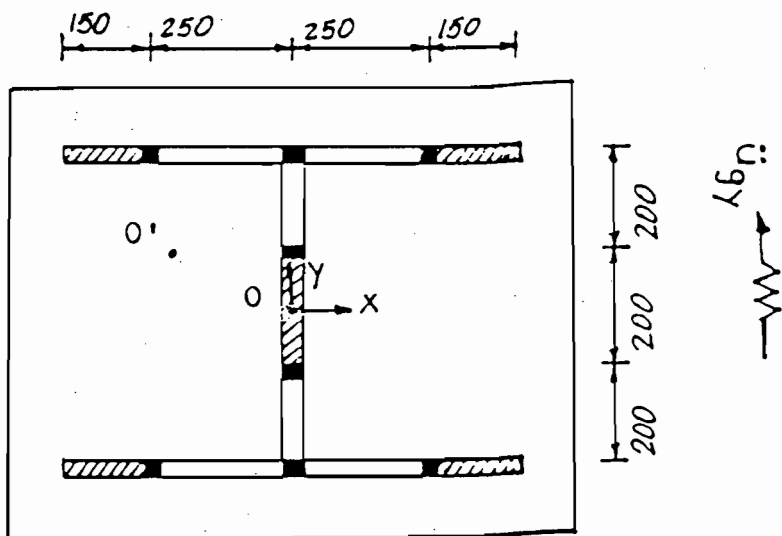


Fig. 6. Planta Edificio Estructurado con Muro-Marco.

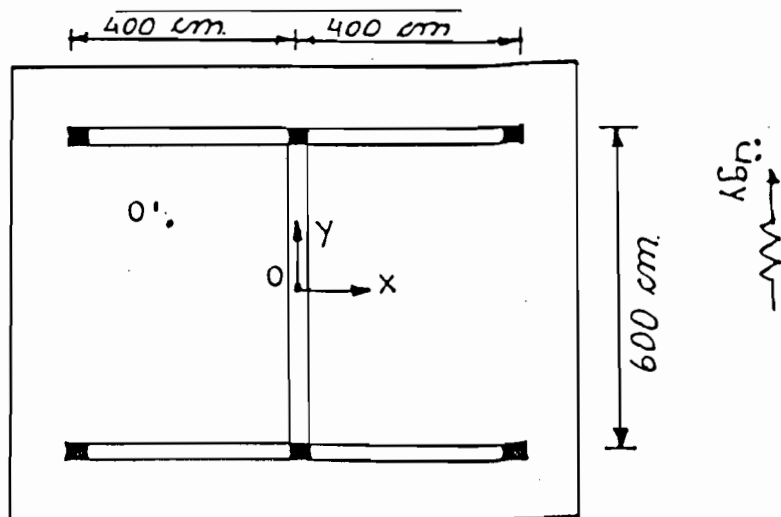


Fig. 7. Planta Edificio Estructurado con Marcos.

La masa en cada piso se consideró uniformemente distribuida, con un valor del peso sísmico de  $1 \text{ T/m}^2$ .

#### 4.1. Parámetros considerados

Se resumen a continuación los parámetros considerados en este estudio.

**Forma Estructural:** Se consideraron tres tipos distintos de formas estructurales dependiendo si la estructuración es a base de muros, de muro-marcos o de marcos solamente. Con las tres formas estructurales consideradas se cubre el espectro de edificios chilenos, los cuales están estructurados fundamentalmente a base de sistemas de muro y muro-marco. Por otra parte, los edificios estructurados a base de marcos, aunque no constituyen parte de la práctica nacional de diseño, se consideraron para hacer más completa la investigación.

**Número de pisos:** La variación del número de pisos permite conocer la influencia de la altura total del edificio en las respuestas calculadas con las distintas formas de combinación modal.

**Posición del Centro de Masa:** Para incorporar el acoplamiento torsional se optó por desplazar la posición del centro de masa de cada piso con respecto a la posición del centro de rigidez. Para no incorporar efectos adicionales, el desplazamiento del centro de masa fue el mismo en todos los pisos.

Como la estructura es simétrica en ambas direcciones, al incorporar una excentricidad en la dirección X, sólo se produce acoplamiento torsional en el sentido Y. Para incorporar acoplamiento en ambos sentidos, el centro de masa fue desplazado también en forma paralela y perpendicular al sismo, es decir en direcciones X e Y, en las cantidades  $e_x$  y  $e_y$ , respectivamente, mostradas en la Tabla 1.

TABLA 1  
VALORES DE  
LAS EXCENTRICIDADES  
EN LAS DIRECCIONES  
X E Y, UTILIZADAS  
EN EL ANÁLISIS  
PARAMÉTRICO

Excentricidad	
Paralelo $e_y$ (cm)	Perpendicular $e_x$ (cm)
0	0
50	50
150	150
250	250

*Masa:* La masa se consideró como un parámetro, debido a que con ella es muy fácil y directo cambiar las propiedades dinámicas de la estructura, pues influye directamente en el valor de los períodos de vibrar y las formas modales. La masa se varió uniformemente en altura, mediante un factor de modificación  $f_m$ , el cual toma valores 0,5, 1,0, 1,25, y 1,5.

*Período Fundamental:* El período fundamental es una de las características más representativas de un edificio y de la cual se pueden inferir muchas tendencias en su comportamiento. En este trabajo, el período es un parámetro indirecto, obtenido de la variación de los parámetros anteriores.

#### 4.2. *Comportamiento de los métodos de superposición modal con respecto al período fundamental de vibrar del edificio*

Se presentan a continuación los resultados obtenidos para las razones de respuestas del edificio completo RA/RE usando como variable indepen-

diente el período fundamental de vibrar del edificio. Estos resultados se analizan para las respuestas de momentos volcantes, corte basal, desplazamiento y giro en planta.

#### 4.2.1. Respuesta de desplazamiento

##### Desplazamiento según Y

Los resultados de las respuestas de desplazamiento se muestran en las Figs. 8 y 9, en que la Fig. 8 corresponde a edificios con excentricidades sólo en la dirección perpendicular al sismo (X), y la Fig. 9 a edificios con excentricidades tanto en la dirección del sismo (Y) como en la dirección perpendicular.

En el primer caso, se puede ver que los resultados obtenidos a través de la aplicación de la combinación modal de la norma NCh 433 vigente siempre son superiores al valor obtenido mediante la respuesta en el tiempo. En general todos los métodos de combinación modal sobreestiman la respuesta máxima con diferencias crecientes para períodos mayores. Las diferencias que se pueden observar en estas figuras son de hasta un 50%.

En el segundo caso, cuando hay excentricidad en ambas direcciones, el comportamiento es similar para períodos comprendidos entre 0,7 seg y 3,0 seg, creciendo la razón de respuesta más rápidamente para períodos mayores a 2 seg. Sin embargo, para períodos menores de 0,5 seg se producen diferencias por defecto respecto a la respuesta en el tiempo, con valores de la razón de respuesta hasta un 15% bajo la unidad. Este comportamiento no se observa en la NCh 433 vigente. De las figuras 8 y 9 se puede observar que las diferencias máximas son del orden de un 40% en este caso.

##### Giro en planta

Los desplazamientos angulares de giro, medidos en el tope del edificio se muestran en las Figs. 10 a 11 para edificios con excentricidades en X, y en X e Y. En ambos casos el comportamiento es un tanto errático, y sólo en el caso de grandes excentricidades se ve una tendencia de crecimiento de la razón de respuesta con el período natural de vibrar de la estructura.

Se puede observar, en el caso de edificios con excentricidad en una dirección (X), que las combinaciones modales usadas en las normas NCh 433 propuesta, RCSC y CQC tienen valores próximos entre sí y valores mayores en un 20% a la respuesta en el tiempo. Por su parte, si se aplica la combinación modal NCh 433 vigente se obtienen valores que van desde

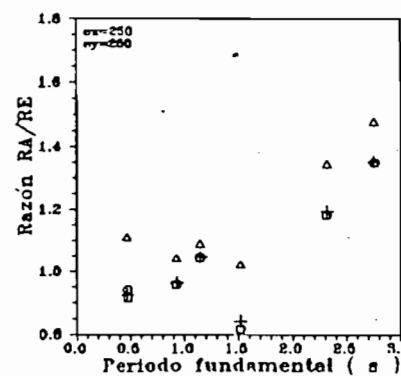
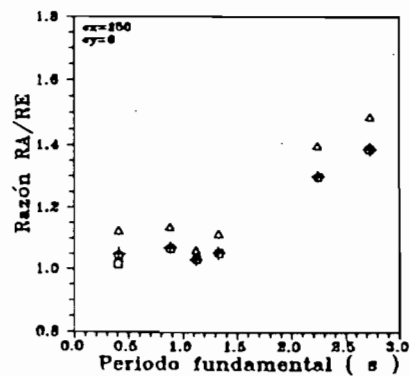
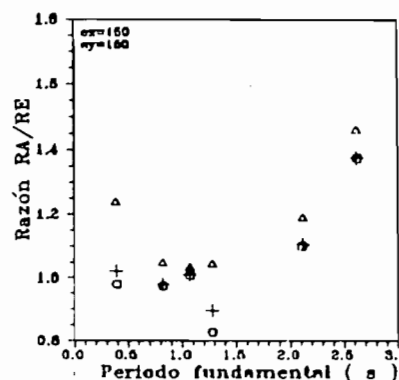
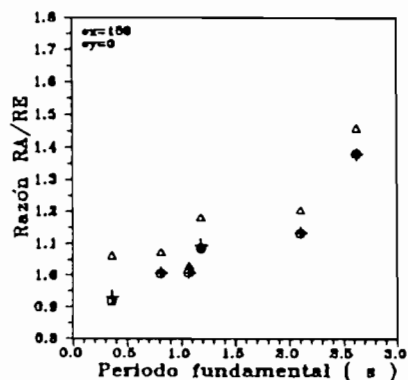
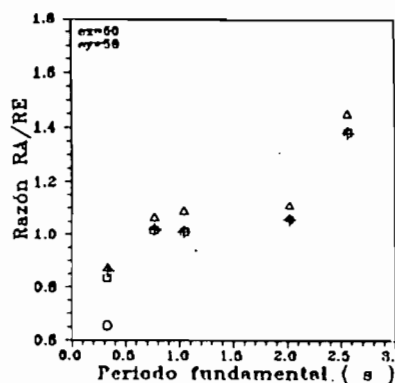
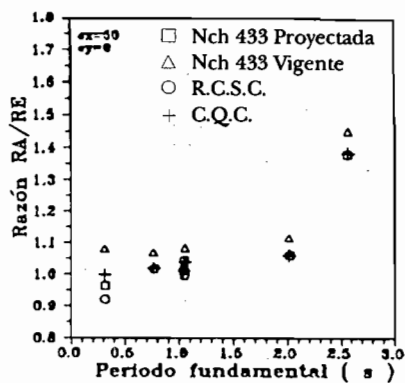


Fig. 8. Desplazamiento eje Y.

Fig. 9. Desplazamiento eje Y. Ver simbología en Fig. 8.

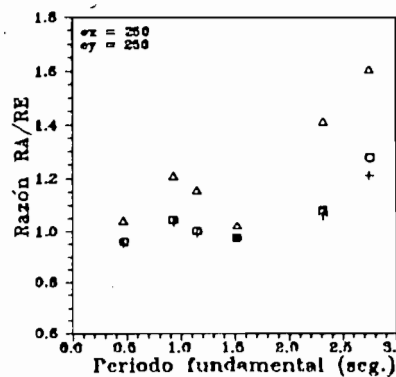
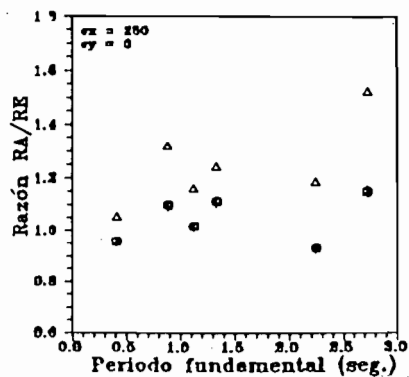
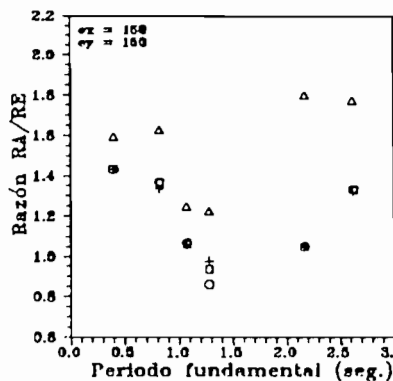
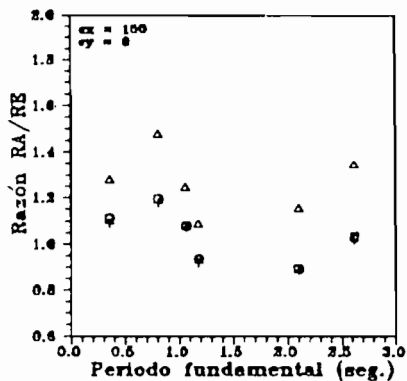
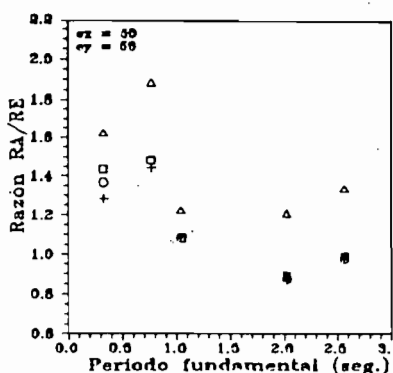
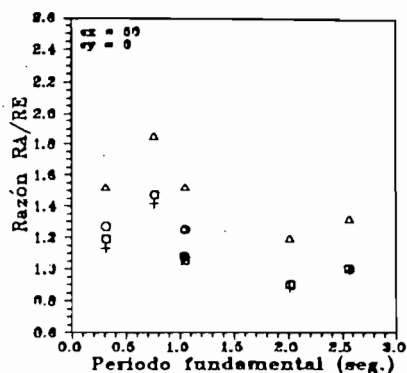


Fig. 10. Giro en Planta. Ver simbología en Fig. 8.

Fig. 11. Giro en Planta. Ver simbología en Fig. 8.



un 5% a un 55% por exceso de la respuesta historia-tiempo. Las diferencias entre la respuesta en el tiempo y espectral se mantienen cercanas a 20% para los métodos NCh 433 propuesta, RCSC y CQC cuando la excentricidad es pequeña. En cambio para la norma vigente las diferencias varían entre un 20% y un 80%.

Se puede ver que en algunos casos se producen respuestas menores que en el análisis historia-tiempo de hasta un 10% aproximadamente, para las normas CQC, NCh 433 propuesta y RCSC. Estas en general tienen comportamientos muy cercanos entre sí.

#### Desplazamientos transversales a la dirección del sismo (X)

Como es lógico, sólo se registran desplazamientos en la dirección X, para el caso de edificios con excentricidad según X e Y.

Para los tres valores de la excentricidad 50 cm, 150 cm y 250 cm la figura 12 muestra un comportamiento de las razones de la respuesta similar entre ellas, decreciente para períodos menores a 1,5 seg y crecientes para períodos mayores a éste. Las diferencias registradas varían desde un 2% a 180% por exceso para la NCh 433 vigente y desde un -20% a 50% para las formas de combinación modal CQC, RCSC y NCh 433 propuesta.

En general, las formas de combinación NCh 433 propuesta y CQC entregan resultados bastante semejantes entre sí; pero se observan algunas diferencias que llegan a ser importantes en el caso de edificios con pequeño acoplamiento y para períodos cortos menores a 0,5 seg.

#### 4.2.2. Respuesta de esfuerzo de corte

##### Corte según Y

Las Figs. 13 a 15 muestran las razones de las respuestas para edificios acoplados torsionalmente en las direcciones X y X e Y, respectivamente; con una excentricidad igual a 50 cm en ambos casos. En estas figuras la tendencia de las razones es ascendente con el valor del período, con diferencias de un 10% y 20% por exceso y por defecto, respectivamente, para las formas de combinación modal CQC, NCh 433 propuesta y RCSC; siendo los valores de las dos primeras muy cercanos entre sí. Para el método de combinación modal NCh 433 vigente las diferencias van desde un 20% a 90%.

En la figura 13 se muestran las razones de la respuesta para edificios acoplados en una dirección. El comportamiento de las razones, en este

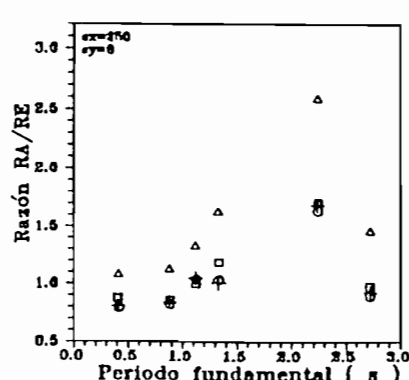
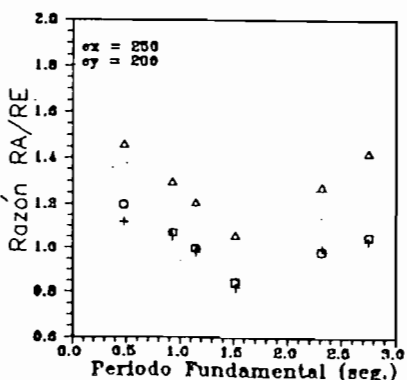
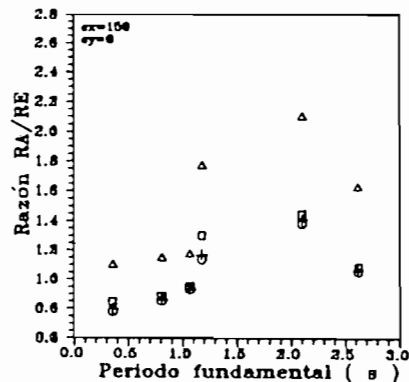
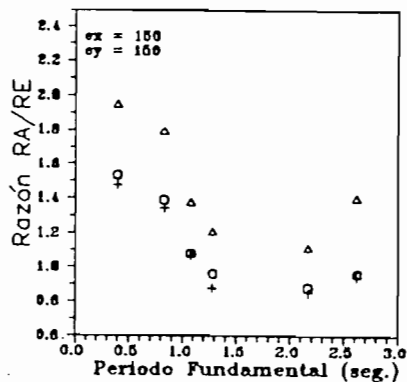
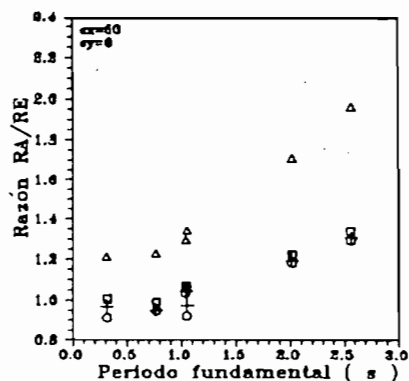
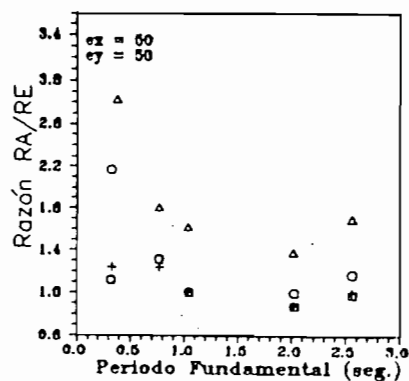


Fig. 12. Desplazamiento eje X. Ver simbología en Fig. 8.

Fig. 13. Corte basal eje Y. Ver simbología en Fig. 8.

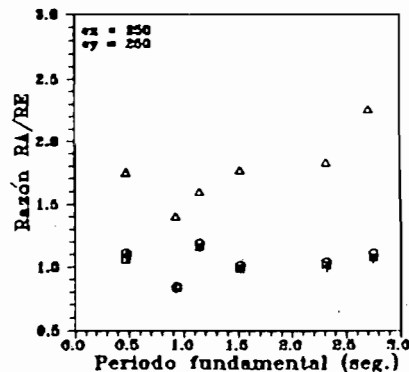
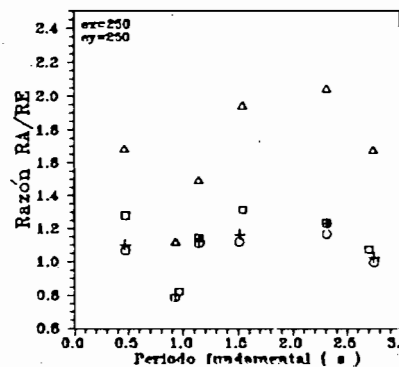
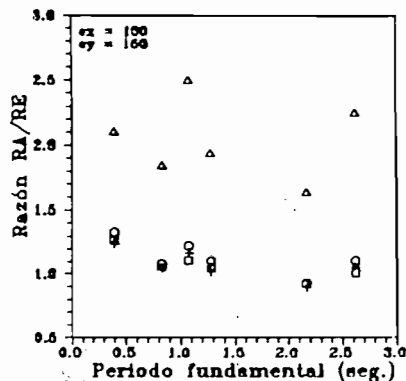
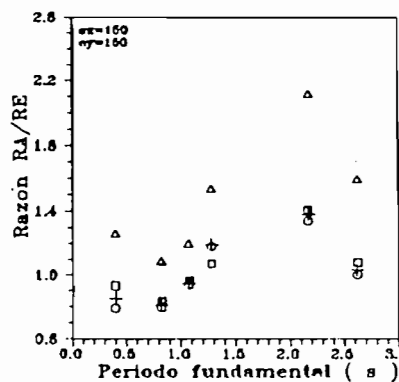
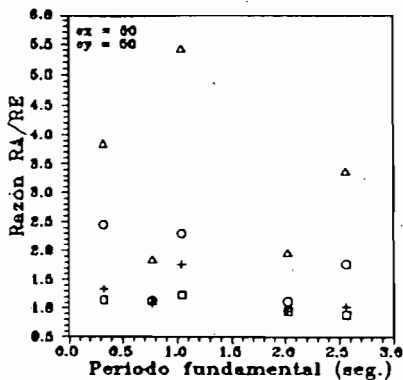
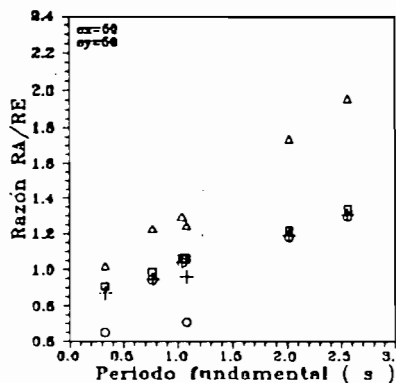


Fig. 14. Corte basal eje Y. Ver simbología en Fig. 8.

Fig. 15. Esfuerzo de corte basal eje X. Ver simbología en Fig. 8.

caso, es ascendente para períodos menores a 2,5 seg y descendente para períodos mayores. Los errores en el método de combinación modal NCh 433 vigente van desde un 50% a 160% y desde un -20% a 40% en las demás formas, respectivamente.

En la figura 14 se muestran las razones de la respuesta para edificios doblemente acoplados torsionalmente. En estos edificios los valores de las razones dadas por todas las formas de combinación modal no presentan ninguna tendencia definida siendo las formas NCh 433 propuesta y CQC las que mejor aproximan la respuesta, con diferencias que llegan al 30%, tanto por exceso, como defecto. Las formas RCSC y NCh 433 vigente llegan a diferencias del 35% y 120% por exceso.

#### *Corte según X*

La figura 15 muestra los valores de la razón RA/RE para edificios acoplados torsionalmente en dos direcciones ortogonales. Para los tres casos el método de combinación modal NCh 433 propuesta, es la que mejor aproxima la respuesta, con diferencias al 15%, tanto por defecto, como por exceso. En el caso del método CQC las diferencias son un poco mayores, alcanzando en el 22%; en ambas formas las razones no varían en forma importante con el período fundamental. En el caso de las normas NCh 433 vigente y RCSC las diferencias varían desde un 50% a 450% por exceso en la primera y desde un -20% a 150% en la segunda.

#### *4.2.3. Respuesta de momento volcante*

Los momentos volcantes presentan un comportamiento similar al corte basal para las distintas formas de combinación modal. Los resultados se pueden observar en las Figs. 16 a 18. De estas figuras se pueden inferir las mismas conclusiones que para el corte basal.

#### *4.2.4. Respuesta de edificios sin excentricidad*

Es interesante comparar el efecto de las distintas formas de combinación modal para edificios simétricos sin excentricidad del centro de masas. En las figuras 19 a 21, se pueden observar los resultados de las respuestas de desplazamiento, corte basal y momentos volcantes para la dirección paralela a la acción sísmica. De estas figuras se puede apreciar que las formas de combinación modal CQC, RCSC y NCh 433 propuesta se comportan en forma muy similar entre sí, con errores de un 5% a un 40% para los desplazamientos, entre -15% y 50% para los cortes basales y no mayor a un 40% por exceso en el caso de los momentos volcantes.

En el caso de la combinación modal de la NCh 433 vigente, se observa

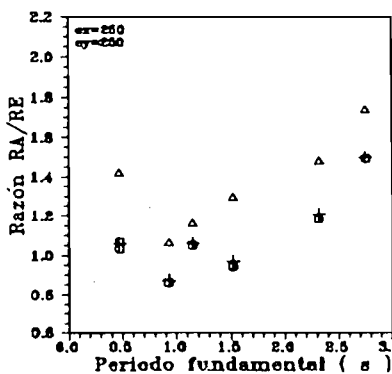
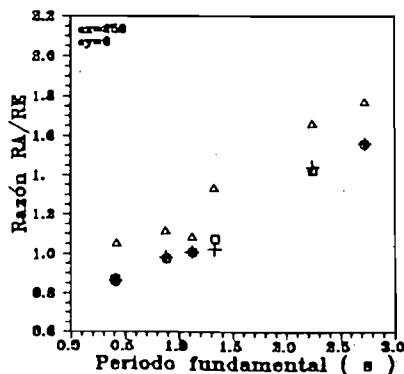
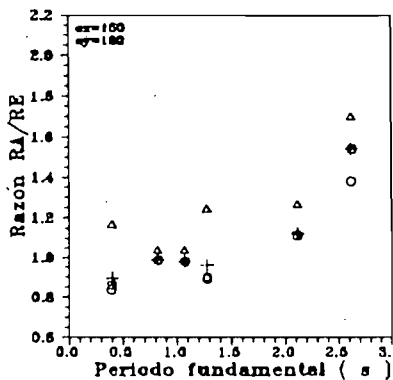
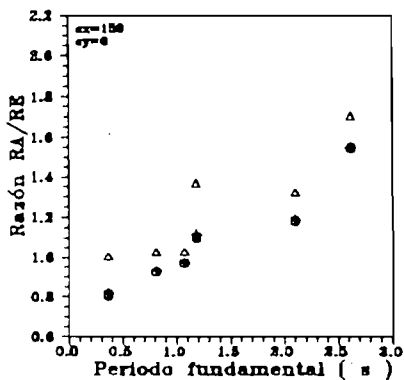
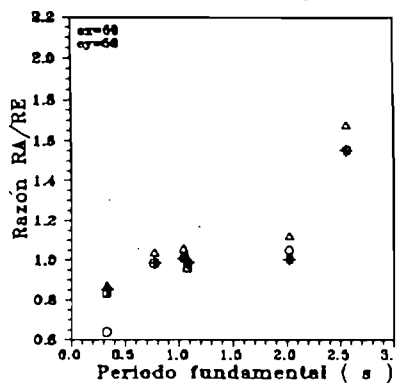
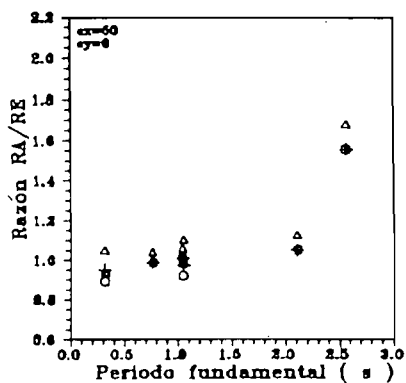


Fig. 16. Momento volcante basal, eje Y. Ver simbología en Fig. 8.

Fig. 17. Momento volcante basal, eje X. Ver simbología en Fig. 8.

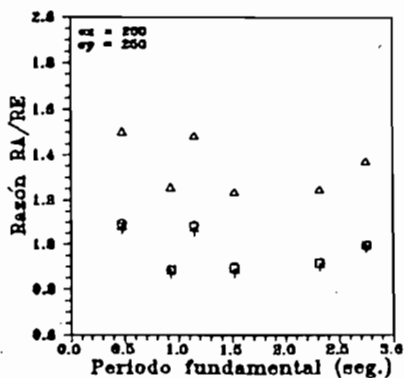
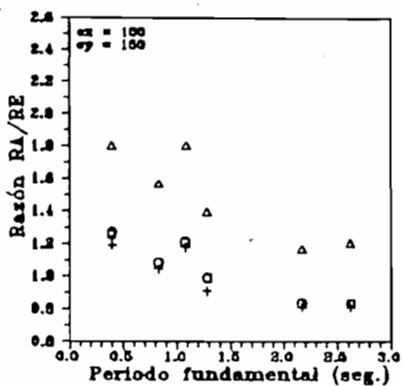
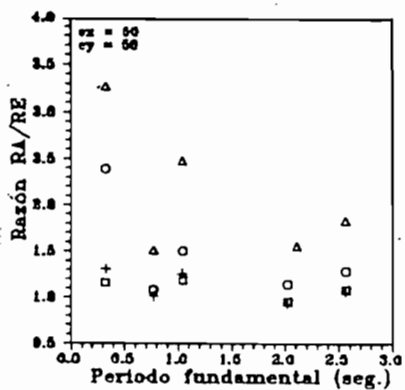


Fig. 18. Momento volcante basal eje X.  
Ver simbología en Fig. 8.

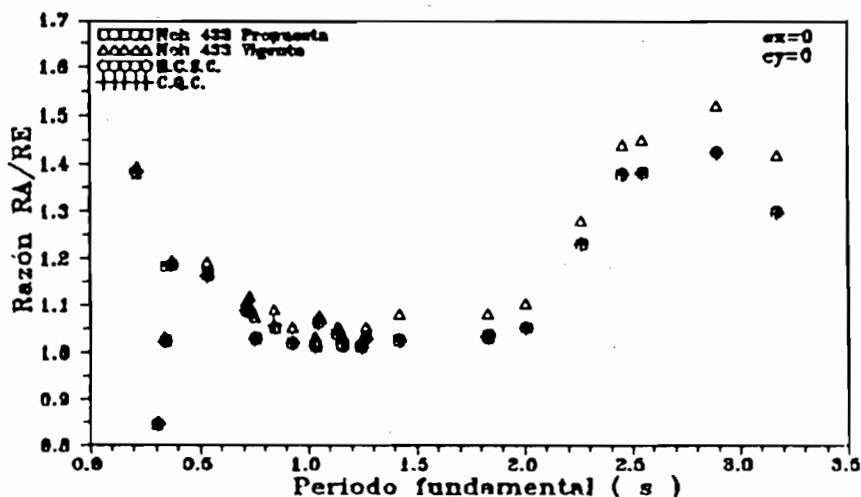


Fig. 19. Desplazamiento eje Y.

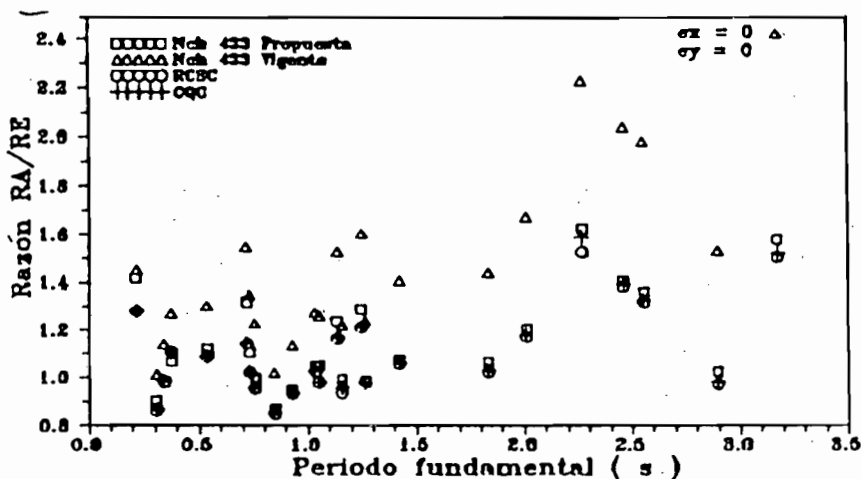


Fig. 20. Corte basal eje Y.

que sobreestima el valor de la respuesta en el tiempo con valores entre un 10% y un 55% para los desplazamientos, entre un 1% y un 120% por exceso en el caso de los cortes basales, y hasta un 90% por exceso en el caso del momento volcante.

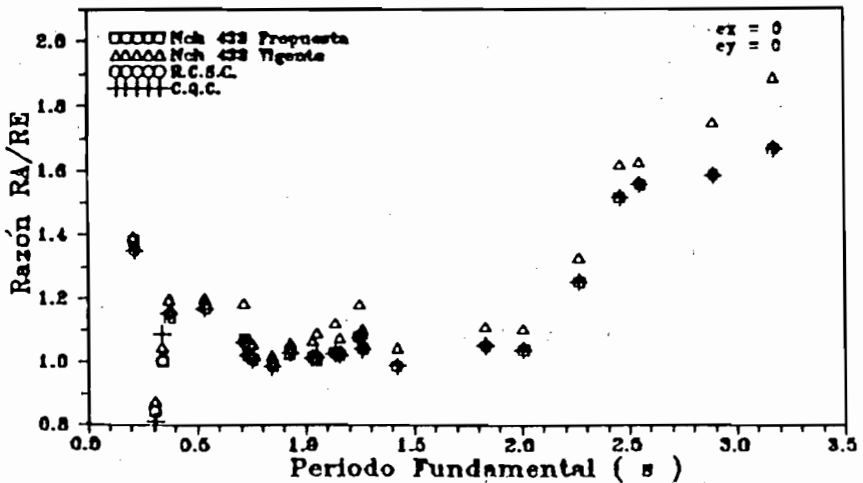


Fig. 21. Momento volcante basal eje Y.

## 5.0. COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

La regla de combinación modal NCh 433 vigente entrega valores de las respuestas que sobreestiman en forma importante el valor real de éstas, lo que se acentúa en el caso de las respuestas no paralelas a la dirección del sismo. Para las respuestas paralelas al sismo los errores obtenidos alcanzan el 10% para el desplazamiento, 120% para el corte, 150% para el momento de torsión y 60% para el momento volcante. En el caso de las respuestas perpendiculares a la dirección del terremoto, los errores encontrados son bastante mayores que en el caso anterior.

Para el método de combinación modal RCSC se observa que los resultados dependen de las características del edificio, en especial, del valor de la excentricidad y del período fundamental. En general el comportamiento observado en los resultados es similar a las de las formas CQC y NCh 433 propuesta, cuando los modos no están muy acoplados. En términos generales este método sobreestima en forma importante el valor de las respuestas paralelas a la dirección del terremoto y subestima las respuestas en el otro sentido.

En resumen, a la luz de los resultados obtenidos, las formas de combinación modal NCh 433 propuesta y CQC entregan resultados bastante satisfactorios, siendo la diferencia entre ellas poco importante.

En casi la mayoría de los casos analizados, todas las formas de combinación modal sobreestiman las respuestas paralelas a la dirección del sismo, cuando el período fundamental toma valores mayores de 2 seg.



## REFERENCIAS

1. Instituto Nacional de Normalización. *Diseño Sísmico de Edificios*. Proyecto de Norma en Consulta Pública. NCh 433 cR 89, Santiago, 1989.
2. DER KIUREGHIAN, A. *A Response Spectral Method for Random Vibration of MDF Systems*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 9, pp. 419-435, 1981.
3. WILSON, E.L., A. DER KIUREGHIAN and C. BAYO. *A Replacement for the SRSS Method in Seismic Analysis*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 9, pp. 187-192, 1981.
4. CRUZ, E. y J. VÁSQUEZ. *Aproximación para uso en Normas de Diseño de la Fórmula CQC de Superposición Modal Espectral*, 5<sup>as</sup> Jornadas Chilenas de Sismología e Ingeniería Antisísmica, Santiago, agosto 1989, Vol. II, pp. 855-874.
5. ROSENBLUETH, E. and J. ELORDURY. *Response of Linear Systems of certain Transient Disturbance*, Proc., 4<sup>th</sup> World Conference Earthquake Engineering, Santiago, Chile, Vol. I, 1969.
6. WILSON, E.L., M. YUAN and J.M. DICKENS. *Dynamics Analysis by Direct Superposition of Ritz Vectors*, UOB/EERC - 62715, 1982.
7. HANSTEEN, O. and K. BELL. *On the Accuracy of mode Superposition Analysis in Structural Dynamics*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics. Vol. 7, pp. 405-411, 1979.
8. DER KIUREGHIAN, A. *Structural Response to Stationary Excitation*, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, N° 106, pp. 1195-1213, 1980.
9. ARIAS, A. y R. HUSID. *Influencia del Amortiguamiento sobre la Respuesta de Estructuras Sometidas a Temblor*. Revista del IDIEM, Vol. 1, N° 3.
10. VANMARCKE, R.H. *On the Distribution of the First-Passage Time for Normal Stationary Random Process*, Journal of Applied Mechanics. Vol. 42, pp. 215-220, 1975.
11. Instituto Nacional de Normalización. *Cálculo sísmico de edificios*. Norma Chilena Oficial NCh 433, Of. 72, Santiago, 2ª edición, 1985.
12. HEJAL, R. and K. CHOPRA. *Earthquake Response of Torsionally-Coupled Buildings*. Report N-USP/EERO 87/20, December 1987.
13. SINGH, M.P. and K.R. METHA. *Seismic Design Response by and Alternative SRSS Rule*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 11, pp. 771-783, 1983.
14. HIDALGO, P., A. ARIAS, R., FLORES y E. ARCE. *Proyecto de Revisión de la Norma NCh 433 cR 89 para el Diseño Sísmico de Edificios*, 5<sup>as</sup> Jornadas Chilenas de Sismología e Ingeniería Antisísmica. Santiago, agosto 1989, pp. 884-892.